

P8 – 1ère Partie

Chapitre 4 :

Le gaz parfait hors équilibre

Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

1 Notion d'Equilibre Thermodynamique Local (ETL)

L'équilibre thermodynamique n'est rigoureusement atteint que lorsque les grandeurs thermodynamiques sont à la fois homogènes et stationnaires.

Dans le cas où des gradients existent (température, pression, densité) il est possible de décomposer le système en sous-systèmes à l'intérieur desquels l'équilibre thermodynamique est localement défini.

C'est ainsi que, par une approche moléculaire, les notions de diffusion moléculaire, conductivité thermique ou viscosité dynamique peuvent être décrites!

Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

2 Distance moyenne de dernière collision

On rappelle le nombre de particules de vitesse v , d'incidence θ et d'inclinaison φ traversant d^2s pendant dt : $v dt d^2s \cos(\theta) d^3 N(v, \theta, \varphi)$

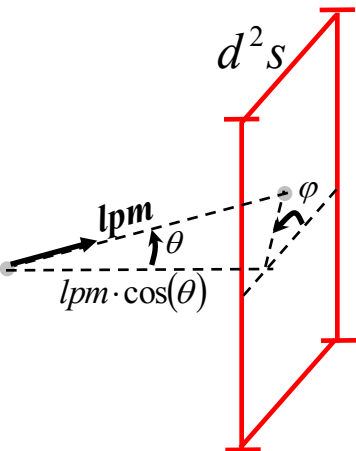
Avec
$$d^3 N(v, \theta, \varphi) = N \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{mv^2}{2k_B T} \right) v^2 \sin(\theta) dv d\theta d\varphi$$

Pour ces particules, la distance de la dernière collision depuis d^2s est : $lpm \cdot \cos(\theta)$

Ainsi, la distance moyenne de dernière collision est :

$$dx_{\min} = \frac{\int_{v=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} lpm \cos(\theta) v dt \cos(\theta) d^3 N(v, \theta, \varphi)}{\int_{v=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\varphi=0}^{2\pi} v dt \cos(\theta) d^3 N(v, \theta, \varphi)}$$

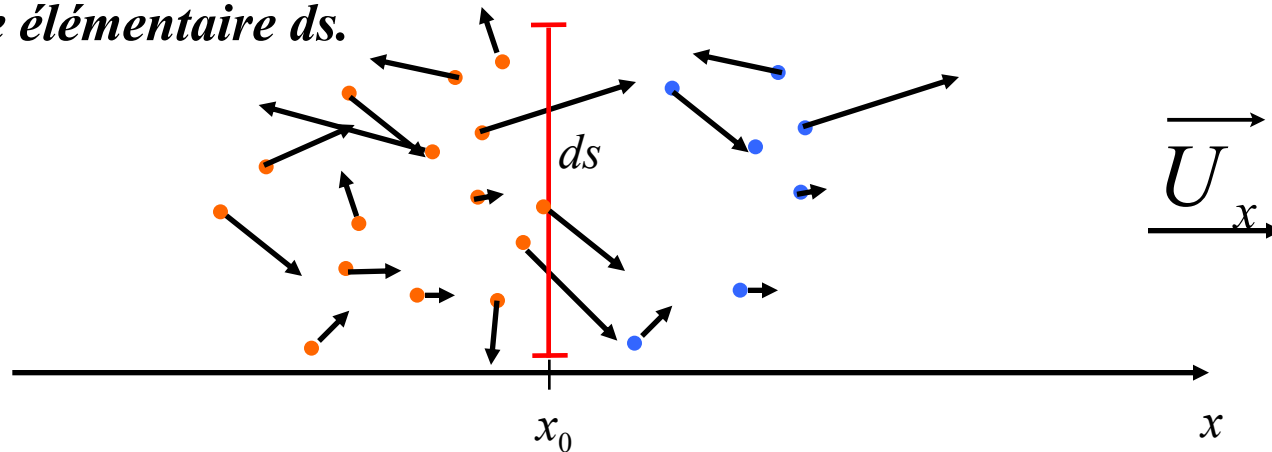
$$dx_{\min} = lpm \frac{\int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(\theta) \sin(\theta) d\theta}{\int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta} = \frac{2lpm}{3}$$



Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

3 Diffusion moléculaire

*Soit un même gaz présentant un gradient 1D de concentration.
On étudie la variation de densité localement autour du point x_0 et de la surface élémentaire ds .*

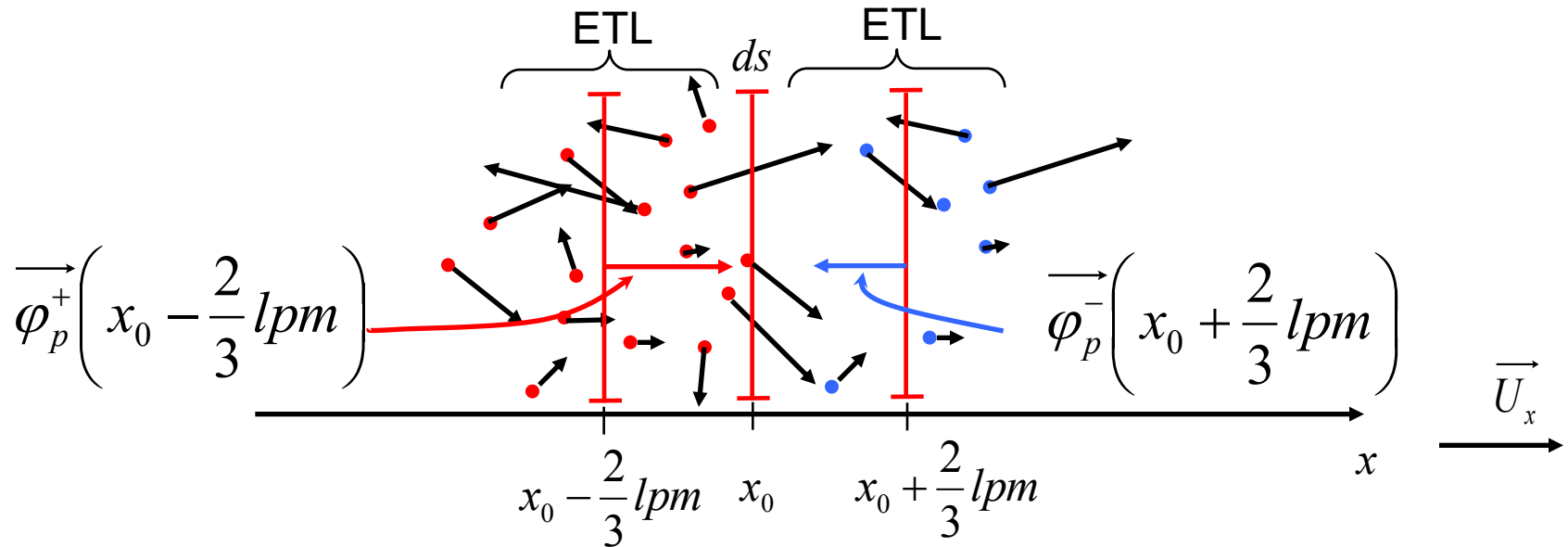


On rappelle qu'en un point de l'espace, à l'équilibre, la densité de flux de particules est de la forme :

$$\vec{\varphi}_p^+(x) = N(x) \frac{\bar{v}}{4} \vec{n}$$

Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

3 Diffusion moléculaire



La distance minimale de x_0 à laquelle ce flux peut être défini est dx_{min} c'est-à-dire $2/3 lpm$:

La vitesse moyenne ne dépend que de la température : $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$

$$\vec{\varphi}_p^-\left(x_0 + \frac{2}{3} lpm\right) = -N\left(x_0 + \frac{2}{3} lpm\right) \frac{\bar{v}}{4} \vec{U}_x$$

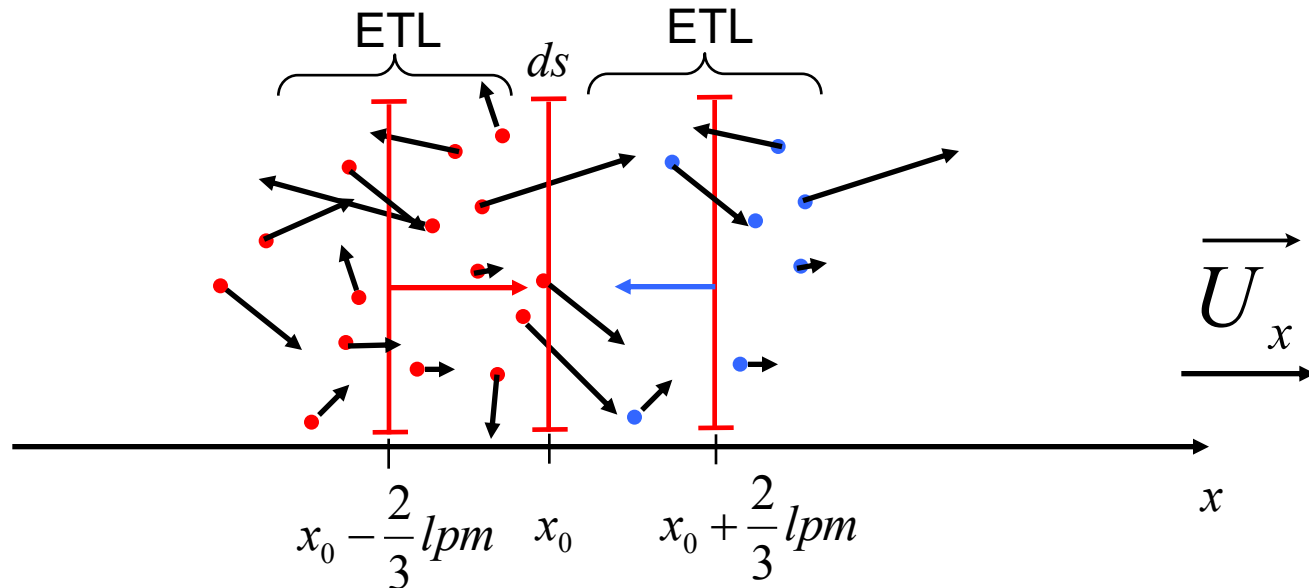
Densité de flux de particules dans le sens négatif défini à droite de la surface.

$$\vec{\varphi}_p^+\left(x_0 - \frac{2}{3} lpm\right) = N\left(x_0 - \frac{2}{3} lpm\right) \frac{\bar{v}}{4} \vec{U}_x$$

Densité de flux de particules dans le sens positif défini à gauche de la surface.

Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

3 Diffusion moléculaire



Ainsi, contrairement au flux à l'équilibre (globalement nul), dans ce cas, le flux global se produisant en x_0 est donc de la forme :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\varphi}_p(x_0) &= \overrightarrow{\varphi}_p^+\left(x_0 - \frac{2}{3}lpm\right) + \overrightarrow{\varphi}_p^-\left(x_0 + \frac{2}{3}lpm\right) \\ \overrightarrow{\varphi}_p(x_0) &= \underbrace{\left(N\left(x_0 - \frac{2}{3}lpm\right) - N\left(x_0 + \frac{2}{3}lpm\right)\right)}_{-\frac{dN}{dx}2dx_{\min}} \frac{\overline{v}}{4} \overrightarrow{U}_x\end{aligned}$$

Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

3 Diffusion moléculaire

$$\vec{\varphi}_p(x_0) = -\frac{dN}{dx} 2 \cdot \overbrace{\frac{2}{3} lpm}^{dx_{\min}} \cdot \frac{\bar{v}}{4} \vec{U}_x$$

$$\vec{\varphi}_p(x_0) = -lpm \cdot \frac{\bar{v}}{3} \frac{dN}{dx} \vec{U}_x$$

$$\vec{\varphi}_p(x_0) = -D \frac{dN}{dx} \vec{U}_x$$

Après généralisation :

$$\vec{\varphi}_p = -D \vec{\text{grad}}(N)$$

Coefficient de diffusion

$$D = \frac{lpm \cdot \bar{v}}{3} \quad (\propto T^{1.5} P^{-1})$$

Loi de Fick :

La densité de flux de particules dans un fluide est proportionnelle au gradient de la densité particulaire et au coefficient de diffusion.

Le processus de diffusion rééquilibre la répartition spatiale de la concentration pour obtenir, à terme, un équilibre thermodynamique spatial. Ce processus est d'autant plus rapide que D est grand.

$$D \approx 400 \cdot 10^{-9} \times 466 / 3 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

4 Conductivité thermique

Soit un gaz homogène en concentration mais présentant un gradient 1D de température. Intéressons-nous au flux d'énergie traversant une surface élémentaire ds . Calculons pour cela les densités de flux d'énergie de part et d'autre de la section ds en supposant l'Equilibre Thermodynamique Local.

*La densité de flux d'énergie cinétique s'écrit (**Traité en TD**) :*

$$\overrightarrow{\varphi}_{EC}^{+}(x) = N \sqrt{\frac{2}{\pi m}} (k_B T)^{\frac{3}{2}} \vec{n}$$

$$\overrightarrow{\varphi}_{EC}(x_0) = \overrightarrow{\varphi}_{EC}^{+}\left(x_0 - \frac{2}{3} \overbrace{lp_m}^{dx_{\min}}\right) + \overrightarrow{\varphi}_{EC}^{-}\left(x_0 + \frac{2}{3} \overbrace{lp_m}^{dx_{\min}}\right)$$

$$\overrightarrow{\varphi}_{EC}(x_0) = N \sqrt{\frac{2k_B^3}{\pi m}} \underbrace{\left(T^{3/2}\left(x_0 - \frac{2}{3} lp_m\right) - T^{3/2}\left(x_0 + \frac{2}{3} lp_m\right) \right)}_{-\frac{dT^{3/2}}{dx} 2dx_{\min}} \overrightarrow{U}_x$$

Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

4 Conductivité thermique

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\varphi}_{EC}(x_0) &= N \sqrt{\frac{2k_B^3}{\pi m}} \underbrace{\left(T^{3/2} \left(x_0 - \overbrace{\frac{2}{3} lpm}^{dx_{\min}} \right) - T^{3/2} \left(x_0 + \overbrace{\frac{2}{3} lpm}^{dx_{\min}} \right) \right)}_{-\frac{dT^{3/2}}{dx} 2dx_{\min}} \overrightarrow{U}_x \\ -\frac{dT^{3/2}}{dx} 2dx_{\min} &= -\frac{3}{2} \frac{dT}{dx} T^{1/2} 2dx_{\min} = -\cancel{\frac{3}{2}} \frac{dT}{dx} T^{1/2} 2\cancel{\frac{2}{3}} lpm \\ &= -\frac{dT}{dx} 2\sqrt{T} lpm \end{aligned}$$

Ainsi :

$$\overrightarrow{\varphi}_{EC}(x_0) = -Nk_B lpm \underbrace{\sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}}_{\bar{v}} \frac{dT}{dx} \overrightarrow{U}_x$$

$$\overrightarrow{\varphi}_{EC}(x_0) = -k_{tr} \frac{dT}{dx} \overrightarrow{U}_x \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{\varphi}_{EC}(x_0) = -k_{tr} \overrightarrow{grad}(T) \quad k_{tr} = Nk_B \bar{v} lpm$$

Conductivité thermique (de translation)

Chapitre 4 : Le gaz parfait hors équilibre

4 Conductivité thermique

Loi de Fourier :

La densité de flux d'énergie dans un Gaz Parfait est proportionnelle au gradient de température au sein de ce gaz et à la conductivité thermique.

$$\overrightarrow{\varphi}_{EC}(x_0) = -k_{tr} \overrightarrow{grad}(T)$$

Le processus de conductivité thermique rééquilibre la répartition spatiale de température pour obtenir, à terme, un équilibre thermodynamique spatial. Ce processus est d'autant plus rapide que k_{tr} est grand :

$$k_{tr} = Nk_B \bar{v} l_{pm} = \frac{P_{atm}}{T} \bar{v} l_{pm}$$

$$K_{tr} \approx 10^5 \times 300^{-1} \times 466 \times 400 \cdot 10^{-9} = 0.06 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

(À pression et température ambiantes)